

Institut National Polytechnique- Cycle Préparatoire -2ème année
Examen d'Optique Ondulatoire du 10 octobre 2014

Durée : 1 h 30

Aucun document n'est autorisé. La calculatrice fournie par la prépa est autorisée.

On rappelle que les correcteurs sont sensibles à la lisibilité des copies, à l'orthographe ainsi qu'au style, lequel -en aucun cas- ne doit être télégraphique.

Fentes d'Young

La figure ci-dessous représente le dispositif des fentes d'Young placé dans l'air. Les deux fentes F_1 et F_2 sont identiques de centres O_1 et O_2 tels que $O_1O_2 = e$. Les fentes sont éclairées par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ et d'amplitude A . On se place en condition de diffraction de Fraunhofer en plaçant un écran d'observation au foyer image d'une lentille convergente (voir fig. a).

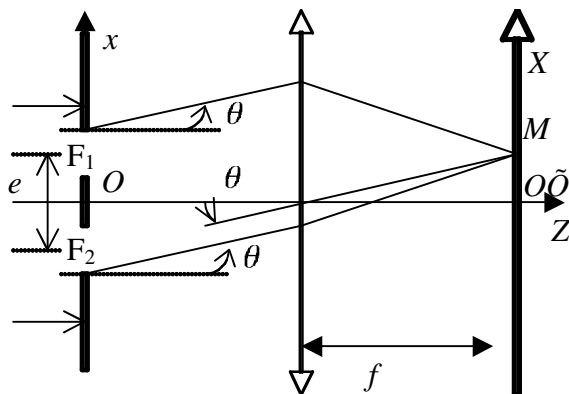


Fig. a

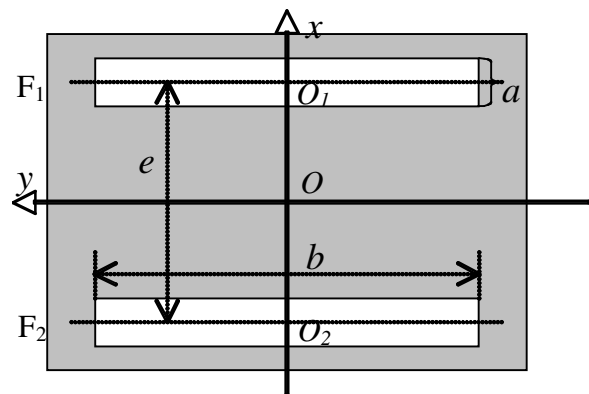


Fig. b

1. Exprimer la transmittance $T(x, y)$ du diaphragme composé des deux fentes d'Young (voir fig. b).
2. Calculer l'amplitude diffractée $\Psi(u, v)$ en tout point de l'écran d'observation. En déduire l'intensité $I(u, v)$. On rappelle que $u = X/\lambda f$ et $v = Y/\lambda f$.
3. On se place dans le cas de fentes de très grande longueur b selon Oy , c'est-à-dire que $a \ll b$ et $b \gg \lambda$. Montrer que $\frac{\sin(\pi v b)}{\pi v b} = \delta(v)$, avec $\delta(v) = 1$ si $v = 0$ et $\delta(v) = 0$ sinon.
4. En déduire que l'intensité diffractée s'étale sur le seul axe $O'X$ et s'écrit :

$$I(u, v) = 4I_0 \delta(v) \left[\frac{\sin(\pi u a)}{\pi u a} \right]^2 [\cos(\pi u e)]^2.$$

5. Faire une représentation graphique soignée, à l'échelle, de $I(X)$ (la figure de diffraction s'étale selon $O'X$ d'après la question précédente). On se limitera au pic principal de

diffraction et aux premiers pics secondaires de part et d'autre du pic principal. On prendra aussi $e/a = 3,5$. Préciser les valeurs d'annulation de $I(X)$ et les valeurs correspondant aux maxima d'intensité.

Réseau par transmission

On considère un réseau plan par transmission, constitué d'un arrangement de N fentes parallèles et équidistantes espacées d'un pas noté a . La largeur des fentes est $\varepsilon \ll a$. La largeur du réseau est $L = Na$. Le réseau est éclairé sous incidence θ_0 par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ . On notera θ l'angle sous lequel est diffractée l'onde. Les angles θ_0 et θ sont mesurés par rapport à la normale au réseau.

1. Calculer la différence de phase $\Delta\Phi$ due à l'inclinaison entre deux rayons parallèles incidents sur deux fentes voisines et diffractés dans la même direction. En déduire la relation fondamentale des réseaux. Combien de faisceaux diffractés d'ordres différents peut-on observer lorsqu'un réseau à $n = 1/a = 500$ traits/mm est éclairé en incidence normale à la longueur d'onde 632,8 nm ? Indiquer l'ordre de chaque faisceau.

2. On donne la fonction d'onde diffractée $\psi = N\varepsilon \left[\frac{\sin(\pi u \varepsilon)}{\pi u \varepsilon} \right] \left[\frac{\sin(N\pi u a)}{N \sin(\pi u a)} \right]$ où

$$u = \frac{\sin \theta - \sin \theta_0}{\lambda}$$

Calculer l'intensité $I(u)$. Elle est le produit de deux fonctions de u dont on donnera l'interprétation physique. Donner l'allure de $I/N^2\varepsilon^2$ en fonction de u autour des maxima principaux, pour le cas où $\varepsilon = a/5$.

3. Quelle est la largeur des pics de diffraction $\Delta X_{1/2}$ dans le plan focal d'une lentille mince de focale image f placée perpendiculairement aux vecteurs d'ondes sur le trajet des ondes diffractées.